BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ
№1 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2010

ПОДВИЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ В КВАНТОВОЙ ПРОВОЛОКЕ

Х.А.ГАСАНОВ
Институт физики НАНА
xanlarhasanli@rambler.ru

Найдены аналитические выражения для подвижности вырожденного электронного газа в квантовой проволоке для трех механизмов рассеяния: на ионизированных примесях, пьезоакустических фононах и деформационных акустических. Полученные выражения позволяют анализировать концентрационную, температурную и размерную зависимости подвижности электронов.

Нами в данной работе рассчитана подвижность вырожденного квазиодномерного электронного газа в квантовой проволоке с параболическим потенциалом конфайнмента , спектр и волновые функции которого имеют вид[1]:

$$\varepsilon_{N,N',k}=\frac{\hbar^2k^2}{2m}+(N+N'+1)\hbar\omega \tag{1}$$

$$\psi_{N,N',k}(x,y,z)=\frac{1}{\sqrt{L_z}}\varphi_N(x)\varphi_{N'}(y)e^{ikz} \tag{2}$$

$$\varphi_N(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{R}\sqrt{2^N N!}}e^{-\left(\frac{x}{\sqrt{2}R}\right)^2}H_N\left(\frac{x}{R}\right) \tag{3}$$

Аналогичный вид имеет и функция $\varphi_N(y)$.Здесь $H_N\left(\frac{x}{R}\right)$ -полиномы Эрмита, $R=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$.

Рассмотрены следующие механизмы рассеяния электронов: на ионизованных примесях, на акустических фононах через деформационный и пьезоэлектрический потенциалы (случай ДА рассеяния ранее рассмотрен в работе [2], однако без учета экранирования).

В дальнейшем мы будем рассматривать ситуацию квантового предела, когда занята лишь одна подзона$\left(N=N'=0\right)$.

Выражение для обратного времени релаксации в приближении упругого рассеяния на ионизированных примесях имеет вид [3]:

$$\frac{1}{\tau_I}=2\sum_{k'}W\left(0,k',0,k\right)\left(1-\frac{k'}{k}\right), \tag{4}$$

где

$$W(0,k',0,k)=\frac{2\pi}{\hbar}N_I\,|\tilde{M}_{0k',0k}|^2\,\delta(\varepsilon_{0k'}-\varepsilon_{0k}) \tag{5}$$

N_I - концентрация примесей.

$$\tilde{M}_{0k',0k}=M_{0k',0k}(1+M^{e-e}{}_{0k',0k}\Pi(0,0))^{-1} \tag{6}$$

$$M_{0k',0k}=Z\iiint\psi^*{}_{0k'}(x,y,z)V(x,y,z)\psi_{0k}(x,y,z)dxdydz \tag{7}$$

$$M^{e-e}_{k_1'k_2',k_1k_2}=\int\int\psi^*{}_{0k_1'}(\vec{r}_1)\int\psi_{0k_1}(\vec{r}_1)V(\vec{r}_1-\vec{r}_2)\psi^*{}_{0k_2'}(\vec{r}_2)\psi_{0k_2}(\vec{r}_2)d\vec{r}_1d\vec{r}_2 \tag{7'}$$

Здесь

$$V\left(x,y,z\right)=\frac{e^2}{\chi}\left(x^2+y^2+z^2\right)^{-1/2} \tag{8}$$

$$\Pi(0,0)=\int_{\varepsilon_0}^{\infty}\rho\left(\varepsilon\right)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon}\right)d\varepsilon \tag{9}$$

Здесь χ_0 - статическая диэлектрическая проницаемость, Z - заряд примеси, $\Pi(0,0)$ - поляризационный оператор, учитывающий экранировку кулоновского потенциала примеси [4], $\rho(\varepsilon)$ – плотность состояний, $f_0(\varepsilon)$ – функция распределения Ферми.

Используя (1) и (2) получаем из (6):

$$M_{0k',0k}=\frac{Ze^2}{\chi L_z}Exp\left(\frac{1}{4}R^2\left(k'-k\right)^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{4}R^2\left(k'-k\right)^2\right) \tag{10}$$

$$M^{e-e}_{k_1'k_2',k_1k_2}=\frac{e^2}{\chi L_z}Exp\left(\frac{1}{2}R^2\left(k_1'-k_1\right)^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{2}R^2\left(k_1'-k_1\right)^2\right)\delta_{k_1'-k_1,k_2-k_2'}$$

$\Gamma(0,x)$ - неполная гамма – функция [5]

Из закона сохранения следует, что $k'=-k$, при этом для обратного времени релаксации получаем:

$$\frac{1}{\tau_I}=L_z\frac{2m}{\hbar^3k}N_I\frac{\left(\frac{Ze^2}{\chi L_z}Exp\left(R^2k^2\right)\Gamma\left(0,R^2k^2\right)\right)^2}{\left(1+\frac{e^2}{\chi L_z}Exp\left(2R^2k^2\right)\Gamma\left(0,2R^2k^2\right)\Pi\left(0,0\right)\right)^2} \tag{11}$$

Для вырожденного электронного газа подвижность электронов в квантовой проволоке при рассеянии на ионизированных примесях имеет вид:

$$\mu_I=\frac{e\hbar^3\pi n}{4m^2N_I}\frac{\left(1+\frac{e^2}{\chi}Exp\left(\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\frac{4m}{\pi^2\hbar^2n}\right)^2}{\left(\frac{Ze^2}{\chi}Exp\left(\frac{1}{4}R^2\pi^2n^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{4}R^2\pi^2n^2\right)\right)^2} \tag{12}$$

Здесь мы положили $L_z=1$ и воспользовались тем, что $k_F=\frac{\pi n}{2}$ и

$\Pi(0,0)=\rho(\varepsilon_F)=\frac{4m}{\pi^2\hbar^2 n}$.

Критерием сильного вырождения является: $n \gg \frac{2\sqrt{2mk_0T}}{\pi\hbar}$. С другой стороны, поскольку мы ограничились основным состоянием, то имеем ограничение на концентрацию: $n \ll \frac{2\sqrt{2}}{\pi R}$.

Рассмотрим теперь рассеяние электронов на пьезоакустических фононах.

Пьезоакустический потенциал рассеяния имеет вид [3]:

$$V(x,y,z)=\frac{eE_{pz}\sqrt{k_0T}}{\chi\sqrt{\rho\Omega s}}\sum_{\vec q}\frac{Exp(i\vec q\vec r)}{q} \tag{13}$$

Отсюда для матричного элемента потенциала рассеяния на волновых функциях (2) получаем:

$$M_{0k',0k}=\frac{L_xL_y}{\pi}\frac{eE_{pz}\sqrt{\pi k_0T}}{\chi_0\sqrt{\rho\Omega}sR}Exp\left(\frac{1}{4}R^2(k'-k)^2\right)\left(1-Erf\left(\frac{1}{2}R\left|k'-k\right|\right)\right) \tag{14}$$

Здесь $Erf(x)$ – интеграл вероятностей [5]. E_{pz}– пьезоэлектрическая константа, ρ - плотность, Ω - объем, s - скорость звука, k_0 – постоянная Больцмана.

Для времени релаксации получаем:

$$\frac{1}{\tau_{PA}}=L_z\frac{4m}{\hbar^3k}\left(\frac{\frac{L_xL_y}{\pi}\frac{eE_{pz}\sqrt{\pi k_0T}}{\chi\sqrt{\rho\Omega s}}Exp\left(R^2k^2\right)\left(1-Erf(Rk)\right)}{1+\frac{e^2}{\chi L_z}Exp\left(2R^2k^2\right)\Gamma\left(0,2R^2k^2\right)\Pi(0,0)}\right)^2 \tag{15}$$

Соответственно, подвижность для вырожденного электронного газа при рассеянии на пьезоакустических фононах имеет вид:

$$\mu_{PA}=\frac{e\hbar^3\pi n}{8m^2}\left(\frac{1+\frac{e^2}{\chi}Exp\left(\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\frac{4m}{\pi^2\hbar^2n}}{\pi R\frac{eE_{pz}\sqrt{\pi k_0T}}{\chi\sqrt{\rho\Omega s}}Exp\left(\frac{1}{4}\pi^2R^2n^2\right)\left(1-Erf\left(\frac{1}{2}\pi Rn\right)\right)}\right)^2 \tag{16}$$

Рассмотрим теперь рассеяние электронов на акустических фононах через деформационный потенциал акустической волны. Потенциал взаимодействия для этого механизма рассеяния имеет вид[3]:

$$V(x,y,z)=\frac{E_1\sqrt{k_0T}}{\sqrt{2\rho\Omega s}}\sum_{\vec q}Exp(i\vec q\vec r) \tag{17}$$

Здесь E_1 - деформационный потенциал.

Отсюда для матричного элемента получаем:

$$M_{0k',0k}=\frac{L_xL_y}{\pi R^2}\frac{E_1\sqrt{k_0T}}{\sqrt{2\rho\Omega}\,s} \tag{18}$$

Для обратного времени релаксации:

$$\frac{1}{\tau_{PA}} = L_z \frac{4m}{\hbar^3 k}\left(\frac{\frac{L_x L_y}{\pi R^2}\frac{E_1\sqrt{k_0 T}}{\sqrt{2\rho\Omega s}}}{1+\frac{e^2}{\chi L_z}Exp\left(2R^2k^2\right)\Gamma\left(0,2R^2k^2\right)\Pi(0,0)}\right)^2 \tag{19}$$

Подвижность для вырожденного электронного газа при рассеянии на деформационных акустических фононах имеет вид

$$\mu_{PA} = \frac{e\hbar^3\pi n}{8m^2}\left(\frac{1+\frac{e^2}{\chi}Exp\left(\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\Gamma\left(0,\frac{1}{2}R^2\pi^2n^2\right)\frac{4m}{\pi^2\hbar^2 n}}{\frac{\pi E_1\sqrt{k_0T}}{\sqrt{2\rho\Omega s}}}\right)^2 \tag{20}$$

С учетом всех трех выше рассмотренных механизмов рассеяния обратная подвижность электронов определяется суммированием обратных подвижностей отдельных механизмов рассеяния.

ЛИТЕРАТУРА

1. S.Flugge. Practical Quantum Mechanics 1, Berlin-Heidelberg-New York, 1971. З.Флюгге, Задачи по квантовой механике. М.: Мир, 1974, т. 1, 341с.
2. Синявский Э.П., Хамидуллин Р.А. ФТП, 2006 , т. 40, в.11, с. 1368-1372.
3. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках. М: Наука, 1985, 318 с.
4. Ando T., Fowler A., Stern F. Electronic properties of two-dimensional systems, Rev. Mod. Phys., 1982, v.34, №2, 415 p.; Т.Андо, А.Фаулер, Ф.Стерн, Электронные свойства двумерных систем, М.: Мир, 1985, 415 с.
5. Handbook of mathematical functions, ed. by M.Abramowitz and I.A.Stegun, 1964 (Справочник по специальным функциям, под ред. М.Абрамовица и И.Стиган. М.: Наука, 1979, 830 с.

KVANT MƏFTİLİNDƏ ELEKTRONLARIN YÜRÜKLÜYÜ

X.A.HƏSƏNOV

XÜLASƏ

Kvant məftilində cırlaşmış elektron qazının üç səpilmə mexanizmi üçün (aşqar ionlardan, pyezoakustik fononlardan və akustik fononlardan) yürüklüyün analitik ifadəsi alınmışdır. Alınmış ifadələr elektronun yürüklüyünün sıxlıqdan, temperaturdan və ölçüdən asılılığını izah etməyə imkan verir.

MOBILITY OF ELECTRONS IN QUANTUM WIRE

Kh.A.HASANOV

SUMMARY

Analytic expressions for mobility of degenerate electron gas in quantum wire for three scattering mechanisms (ionizing, impurity, piezoacoustic and deformation acoustic phonons) are found. Obtained expressions allow to analyse the concentration, temperature and size dependence of electron mobility.